

Streszczenie

Kwadratowe harnessy to procesy Markowa będące jednocześnie procesami wielomianowymi o liniowych warunkowych wartościach oczekiwanych i kwadratowych wariancjach warunkowych względem przeszło-przyszłej filtracji. Są one zwykle określone poprzez pięć stałych numerycznych η , θ , τ , σ i q , które występują w postaci warunkowej wariancji. W rozprawie doktorskiej znajdziemy generatory infinitezymalne tych procesów, rozszerzając znane wcześniej wyniki.

Generator infinitezymalny kwadratowego harnessu powiązany jest z rozwiązaniem równania q -komutacyjnego w algebrze \mathcal{Q} nieskończonych ciągów wielomianów. Współrzędne szukanego rozwiązania spełniają formułę trójczłonową, więc definiują rodzinę wielomianów ortogonalnych. Odpowiadający im funkcjonal momentowy jednoznacznie wyznacza generator infinitezymalny, który w pewnych sytuacjach można przedstawić jako operator całkowo-różniczkowy (działający na wielomianach lub ograniczonych funkcjach ciągłych z ciągłą i ograniczoną drugą pochodną) z jawnym jądrem, gdzie całkowanie odbywa się względem probabilistycznej miary ortogonalizującej.

Słowa kluczowe: procesy wielomianowe, kwadratowe harnessy, generatory infinitezymalne, wielomiany ortogonalne, algebra ciągów wielomianów, formuła trójczłonowa

Abstract

Quadratic harnesses are Markov polynomial processes with linear conditional expectations and quadratic conditional variances with respect to past-future filtrations. Typically, they are determined by five numerical constants: η , θ , τ , σ , and q , hidden in the form of the conditional variances. In the thesis, we derive infinitesimal generators of these processes, extending the previously known results.

The infinitesimal generator of the quadratic harness is related to a solution of a q -commutation equation in the algebra \mathcal{Q} of infinite sequences of polynomials. The coordinates of the desired solution satisfy a three-term recurrence, defining a system of orthogonal polynomials. The corresponding moment functional uniquely determines the infinitesimal generator and, in certain cases, can be expressed as an integro-differential operator (acting on polynomials or bounded continuous functions with bounded continuous second derivatives) with an explicit kernel, where the integration is with respect to a probabilistic orthogonality measure.

Keywords: polynomial processes, quadratic harnesses, infinitesimal generators, orthogonal polynomials, algebra of polynomial sequences, three-term recurrence