

Streszczenie

W pracy zbadano istnienie lokalnych i globalnych w czasie, regularnych rozwiązań dwurównaniowego modelu turbulencji Kołmogorowa. Istnienie lokalnych w czasie regularnych rozwiązań jest pokazane przy różnych założeniach na regularność danych początkowych. Najpierw pokazane jest istnienie rozwiązań na periodycznej dziedzinie i danych początkowych z przestrzeni H^2 . Następnie udowodnione zostaje istnienie rozwiązań na torusie z danymi początkowymi pochodzącymi z przestrzeni H^s , gdzie $s > \frac{d}{2}$. Przeprowadzany dowód wymaga oszacowania komutatora dla potencjału Bessela. Wynik ten, dobrze znany dla przypadku \mathbb{R}^d , jest pokazany dla przypadku torusa. Istnienie globalnych w czasie, regularnych rozwiązań jest pokazane przy dodatkowym założeniu na małość danych początkowych. Warunek dobrany jest tak by gwarantować absorpcję wyrazów wyższych rzędów przez człon dyfuzyjny.

Słowa kluczowe: model turbulencji Kołmogorowa, istnienie rozwiązań, jednoznaczność rozwiązań, lokalne w czasie rozwiązania, ułamkowe przestrzenie Sobolewa, oszacowania komutatorów

Abstract

In the thesis we investigate the local and global existence of regular solutions to Kolmogorov's two-equation model of turbulence. The local existence results are obtained for the initial data with different assumptions on their regularity. First, the periodic domain is considered with initial data from H^2 . Secondly, the existence of solutions is shown for torus and data from H^s , $s > \frac{d}{2}$. Obtained solutions are unique. The proof of the existence requires the commutator estimate for the Bessel potential J^s , which is adapted from a well-known result for \mathbb{R}^d . The global existence of a regular solution is shown under a smallness condition imposed on the initial data. The condition is formulated in such a way to ensure the absorption of high-order terms by the diffusive terms.

Keywords: Kolmogorov's model of turbulence, existence of solution, uniqueness of solution, local in time existence, fractional Sobolev spaces, commutator estimates