

prof. Katarzyna Weron (Sznajd-Weron)

Katedra Obliczeniowych Nauk Społecznych

Politechnika Wrocławska

Wyb. Wyspiańskiego 27

50-370 Wrocław, Polska

Recenzja rozprawy doktorskiej

mgr. Krishnadasa Mohandas

“Critical Properties of Structural Balance Models on Multiplex and Growing Networks”

Rozprawa mieści się w nurcie badań interdyscyplinarnych na pograniczu fizyki statystycznej, nauki o sieciach oraz tzw. socjofizyki (inaczej fizyki społecznej). Punktem wyjścia jest teoria równowagi strukturalnej Heidera dla relacji znakowanych, zgodnie z którą układy relacji dodatnich (przyjaznych) i ujemnych (wrogich) w grupach społecznych mają tendencję do ewolucji w kierunku konfiguracji „zrównoważonych”, czyli takich, w których minimalizują się napięcia wynikające z niespójnych zależności w małych grupach, oryginalnie i w tej rozprawie, w trójkach osób. Rozprawa podsumowuje wyniki trzech prac, dwóch już opublikowanych w Physical Review E, oraz jednej umieszczonej na arXiv. Zasadnicze rozdziały rozprawy, tj. rozdziały 2-4 odpowiadają tym trzem pracom: (i) modelowi równowagi na sieciach multipleksowych ze sprzężeniem międzywarstwowym, w którym każda warstwa to graf pełny (ii) dynamice na grafach losowych Erdős-Rényi jedno i wielowarstwowych oraz (iii) modelowi sieci rosnącej zgodnie z równowagą strukturalną, który prowadzi do polaryzacji i może być opisany przez proces urnowy Pólya, klasyczny model probabilistyczny, często używany do opisywania procesów ze sprzężeniem zwrotnym. Czytając tę rozprawę nie miałam najmniejszych wątpliwości, iż mam do czynienia z pracą doktorską w dyscyplinie naukowej fizyka, w obszarze fizyki statystycznej. Autor konsekwentnie posługuje się zarówno językiem, jak i metodyką fizyki statystycznej, choć nie ustrzegł się pewnych nieścisłości, o których piszę poniżej. Pomimo pewnych uwag krytycznych i wątpliwości, o których piszę poniżej, rozprawę oceniam dobrze. Autor wykazał się solidnym warsztatem teoretycznym i numerycznym z zakresu fizyki statystycznej, a uzyskane wyniki z całą pewnością przyczyniają się do rozwoju badań nad przemianami fazowymi na sieciach złożonych w tym wielopoziomowych, a w szerszym ujęciu do rozwoju fizyki układów złożonych.

Ocena merytoryczna i struktura pracy

Zacznę od tego, że zdziwiła mnie nieco struktura pracy. Rozprawę otwierają podziękowania, a następnie streszczenie w języku polskim i angielskim, co jest układem typowym. Samo streszczenie przypomina mi jednak bardziej podrozdział wstępu, w którym opisuje się strukturę pracy, niż klasyczny abstrakt, po którym spodziewałabym się krótkiej informacji o luce badawczej, nowości oraz głównych celach i rezultatach. Cele rozprawy przedstawiono dopiero w kolejnej części, tj. w przedmowie, co jest już rozwiązaniem nietypowym, zwykle elementy określane tu jako „przedmowa” stanowią część wstępu. Oczywiście nie są to aspekty wpływające na moją ocenę merytoryczną, ale chciałam je odnotować w recenzji, ponieważ zwróciły moją uwagę.

Autor, w przedmowie do rozprawy jako motywacje podaje dwie hipotezy:

1. W sieciach multipleksowych wprowadzenie sprzężenia międzywarstwowego pomiędzy różnymi typami relacji zwiększa ogólną stabilność struktury społecznej.
2. Proces stochastyczny może uchwycić zasadniczą dynamikę polaryzacji oraz tworzenia się frakcji w sieciach rosnących, bez konieczności opierania się wyłącznie na specyficznych własnościach sieci.

Tu pojawia się moja pierwsza wątpliwość. Z opisu w rozprawie nie wynika jednoznacznie, czy są to hipotezy ogólnie przyjęte w literaturze, czy też hipotezy sformułowane przez autora. Zakładam to drugie, a zatem autor najpierw formułuje hipotezy, a następnie, aby je zweryfikować, definiuje dwa zasadnicze cele rozprawy. Muszę jednak dodać, że o ile hipotezy zostały sformułowane w sposób zwięzły i zrozumiały, o tyle cele opisano dość zawile i po ich przeczytaniu nie było dla mnie jasne, co dokładnie autor ma na myśli. Ponadto, moim zdaniem sformułowanie „To investigate”, pojawiające się w pierwszym celu, nie powinno stanowić celu samego w sobie, lecz być raczej drogą do celu. Zdecydowanie trafniejsze jest „To determine”, użyte w celu drugim. Są to oczywiście kwestie językowe, jednak właściwa komunikacja jest w pracy naukowej niezwykle ważna. Uważam, że cele rozprawy można by sformułować znacznie prościej; proszę autora o krótki komentarz, czy poniższe ujęcie jest zgodne z jego intencją (być może się mylę):

1. Określenie, jak sprzężenie międzywarstwowo w sieciach multipleksowych wpływa na powstawanie i stabilność stanów zrównoważonych oraz na temperatury przejść między stanem uporządkowanym i nieuporządkowanym.
2. Wyznaczenie, w jakich warunkach w rosnącej sieci znakowanej powstają dwie przeciwstawne frakcje o porównywalnych rozmiarach, a w jakich jedna z frakcji zaczyna dominować, w zależności od preferencji dołączania oraz wymogu równowagi strukturalnej.

Kolejną częścią rozprawy jest rozdział pierwszy, czyli wstęp, który generalnie oceniam bardzo dobrze. Szczególnie doceniam przykłady zaprezentowane na ilustracjach, które bardzo pomagają w zrozumieniu materiału. Zaskoczyło mnie natomiast stwierdzenie, że jednym z najwcześniejszych i najbardziej wpływowych zastosowań fizyki statystycznej do opisu układów społecznych były prace Granovettera i Schellinga dotyczące progowych modeli zachowań zbiorowych. Sądzę, że przedstawiciele socjologii i ekonomii nie zgodziliby się z tak sformułowaną tezą.

W rozdziale drugim przedstawiono wyniki, dotyczące rozszerzenia teorii równowagi strukturalnej Heidera na sieci multipleksowe, w których agenci mają skorelowane relacje w wielu warstwach. W tym rozdziale autor definiuje Hamiltonian opisujący, w jaki sposób w modelu zakodowane są sprzężenia wewnątrzwarstwowe i międzywarstwowe. Następnie przeprowadza obliczenia średniopółowe dla przypadku dwóch warstw (tzw. duplexu), wyznacza temperaturę krytyczną przejścia pomiędzy stanem spolaryzowanym i niespolaryzowanym, po czym uogólnia te rozważania na układ wielowarstwowy. W tym miejscu mam jednak uwagę i zarazem pytanie, związane ze sformułowaniem autora: „I will define a Hamiltonian to describe the dynamics of the system”. Rozumiem intencję, ale w ramach klasycznej fizyki statystycznej, z którą mamy tu do czynienia, nie jest to ujęcie precyzyjne. Hamiltonian nie opisuje dynamiki jako takiej, lecz energię (funkcję stanu) układu; dynamika pojawia się dopiero po przyjęciu konkretnej reguły ewolucji, np. typu Glaubera lub Metropolis’a. Czy autor analizował wpływ wyboru reguły dynamiki na zachowanie układu? Jeśli nie, to jakie są jego przewidywania: czy przy tym samym Hamiltonianie różne reguły dynamiki mogą prowadzić do istotnie odmiennych rezultatów, a jeśli tak, to w jakim sensie i w jakich warunkach należałoby się tego spodziewać?

Moje kolejne pytanie dotyczy jednego z głównych wyników rozdziału 2, przedstawionych na rysunku 2.2. Rysunek ten prezentuje wyniki w przybliżeniu średniopółowym, wskazujące na nieciągłą przemianę fazową pomiędzy fazą spolaryzowaną i niespolaryzowaną, wywołaną zmianą parametru sprzężenia międzywarstwowego d . Wraz ze wzrostem d rośnie również temperatura przemiany, co wydaje mi się wynikiem intuicyjnym. Interesujący jest natomiast fakt, że przejście to ma charakter nieciągły. Stąd moje pytanie: na ile jest to konsekwencja założenia topologii grafu pełnego? Czy tej nieciągłej przemianie towarzyszy histereza?

Mam też kilka uwag natury formalnej. Przykładowo: odwołania do równań powinny być podawane w nawiasach, zgodnie ze sposobem numerowania równań w tekście, tj. w postaci (2.1), (2.2) itd. Zdarzają się również drobne niekonsekwencje w opisach. Na przykład w podpisie rysunku 2.2 autor przypomina znaczenie części symboli (np. pisze „average link polarization x ”, „critical temperature T_c ”), ale nie robi już tego dla parametru d . Doceniam, że wszystkie symbole zostały zestawione i wyjaśnione w liście symboli na stronie xi, jednak mimo to w pracy warto zachować konsekwencję: albo przypominamy znaczenie wszystkich symboli, albo żadnego, tym bardziej, że T_c jest dla fizyka statystycznego znacznie bardziej intuicyjne niż d .

Rozdział trzeci dotyczy analizy dynamiki równowagi Heidera na losowych grafach Erdősa–Rényiego (ER), najpierw w wersji jednowarstwowej, a następnie wielowarstwowej. Autor pokazuje w ten sposób, że gęstość sieci oraz sprzężenie międzywarstwowe wpływają na zachowanie krytyczne układu. Biorąc pod uwagę ogólną wiedzę z teorii przemian fazowych, są to wyniki w dużej mierze spodziewane: zarówno liczba sąsiadów, jak i „wymiarowość” układu wpływają na przejście fazowe. O ile w układach równowagowych zwiększanie liczby sąsiadów powinno po prostu przesunąć temperaturę krytyczną (im więcej sąsiadów, tym wyższa T_c), o tyle zmiana wymiaru może wpływać również na typ przemiany. Czy autor mógłby skomentować swoje wyniki w kontekście tej ogólnej wiedzy z teorii przemian fazowych?

W rozdziale 3 autor ponownie analizuje model zarówno w ramach przybliżenia średniopoleowego, jak i symulacji Monte Carlo. Dla dostatecznie gęstych sieci ($p \geq 0.4$) uzyskuje wysoką zgodność pomiędzy tymi metodami, co dobrze ilustruje m.in. rysunek 3.2. Dla sieci rzadszych zgodność ta jest już wyraźnie gorsza (rys. 3.7), co ponownie jest wynikiem spodziewanym. Zdziwiło mnie natomiast, że symulacje przeprowadzono dla bardzo małych rozmiarów sieci i to tylko dla dwóch wartości ($N = 200, 400$). Co prawda, już dla tych N wyniki symulacji Monte Carlo na rysunku 3.2 są dość zgodne z wynikami średniopoleowymi, jednak z punktu widzenia metodyki fizyki statystycznej aż prosi się w tym miejscu o analizę dla większej liczby rozmiarów sieci i wyznaczenie temperatury krytycznej z wykorzystaniem skalowania skończonego rozmiaru (finite-size scaling), czego w rozprawie nie wykonano. Zamiast tego temperaturę krytyczną dla jednowarstwowej sieci ER o rozmiarze $N = 200$ zidentyfikowano poprzez analizę maksimum nachylenia zależności znormalizowanej energii wewnątrzwarstwowej. Dlaczego autor wybrał właśnie taką procedurę. Jaki sens ma w tym kontekście pojęcie temperatury krytycznej dla układu o skończonym rozmiarze? Jaką definicję „krytyczności” można tu przyjąć i czy w ogóle zasadne jest mówienie o stanie krytycznym w przypadku tak małych N ?

Ostatnie moje pytanie dotyczy samej konstrukcji modelu. Z samej rozprawy nie jest dla mnie jasne, czym sformułowanie dynamiki równowagi Heidera na grafach ER zaproponowane w tej pracy różni się od podejścia przedstawionego przez Masoumi i współautorów (2022), cytowanego jako pozycja [100] w spisie literatury. Byłabym wdzięczna za krótki komentarz wyjaśniający tę różnicę.

Ostatnia praca, opisana w rozdziale 4, dotyczy strukturalnie zrównoważonych sieci rosnących i wpisuje się w aktualny nurt badań nad polaryzacją społeczną. Z punktu widzenia fizyka szczególnie interesujące jest ujęcie tego mechanizmu jako losowego procesu urnowego Pólyi, klasycznego probabilistycznego modelu wzmocnienia, w którym często wybierany „kolor” staje się coraz bardziej prawdopodobny. W rozdziale tym autor rozważa ponownie strukturę grafu pełnego, lecz z podziałem populacji na dwie antagonistyczne grupy: połączenia wewnątrz grup są dodatnie (przyjazne), natomiast między grupami ujemne (wrogie), co odpowiada typowej strukturze spolaryzowanej społeczności. W każdym kroku czasowym

do sieci dołącza nowy węzeł: jego pierwsze połączenie z losowo wybranym istniejącym węzłem jest dodatnie z prawdopodobieństwem p (a ujemne z prawdopodobieństwem $1 - p$), po czym tworzy on połączenia ze wszystkimi pozostałymi węzłami, dobierając ich znaki tak, aby każda nowo utworzona triada była strukturalnie zrównoważona. Autor bada, jak w czasie zmieniają się średnie rozmiary antagonistycznych grup w zależności od p , a także analizuje gęstości rozkładów rozmiarów tych grup dla różnych wartości p .

W tym rozdziale autor opisuje model za pomocą równania fundamentalnego (master equation) oraz równania kinetycznego (rate equation). Przy okazji zauważyłam powtórzenia na stronie 68: „the rate equation Rate equation (RE)” oraz „from the master equation Master equation (ME)”. Kolejna uwaga dotyczy odwołań do równań: tekście ME jest zapisane równaniem (4.9), natomiast RE odwołuje się do równania (4.4). Moim zdaniem (4.4) nie jest jednak samym równaniem kinetycznym, lecz raczej jego rozwiązaniem, podczas gdy właściwą postacią równania kinetycznego wydaje się być równanie (4.1). Czy mam rację. Ostatnie pytanie do tego rozdziału: autor stwierdza ponadto, że równanie kinetyczne jest zgodne z równaniem master w krótkich skalach czasowych, natomiast proces Pólyi lepiej przybliża zachowanie długookresowe. Prosiłabym o komentarz, skąd to wynika?

Konkluzja

Jak napisałam we wstępie, moje uwagi nie wpływają na pozytywną ocenę rozprawy. Dlatego stwierdzam, że przedłożona rozprawa spełnia wymagania określone w Ustawie z dnia 20 lipca 2018 r. (Dz.U.2024.1571 t.j. z dnia 2024.10.24) Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce. W związku z tym wnoszę o dopuszczenie jej autora do publicznej obrony.

